

**Professor: JOSEP MARIA MATEO.**

**Assignatura: ESTADÍSTICA.**

**Ensenyament: 1r. EQ. ETSEQ. URV.**

**Curs: 2003-2004**

## **TEMA 1. INTRODUCCIÓ. ANÀLISI DE DADES.**

### **1.1 Concepte d'estadística. Contingut de l'estadística.**

**Definició:** l'**Estadística** és la ciència, mètode, tècniques, operació d'anàlisi matemàtica, que permeten d'estudiar numèricament amb el màxim de precisió els fenòmens col·lectius incompletament coneguts.

El contingut de l'Estadística es pot dividir en dos grans grups:

- Estadística descriptiva.
- Estadística inferencial (o inductiva).

**Definició:** l'**Estadística descriptiva** estudia la manera d'ordenar i analitzar totes les dades d'una població, amb l'objectiu d'obtenir conclusions sobre aquesta població.

**Exemples:** la direcció d'un centre escolar vol fer un estudi sobre els resultats acadèmics d'un curs determinat o es vol estudiar els resultats dels diferents equips de futbol de primera divisió durant els 10 últims anys. Aquests són problemes d'estadística descriptiva ja que disposem de les dades de tots els elements que volem estudiar.

**Definició:** l'**Estadística inferencial** té per finalitat l'obtenció de conclusions respecte una població, mitjançant l'anàlisi d'una mostra de la població.

**Exemples:** es vol estudiar l'alçada de tots els catalans i només disposem de l'alçada de 1000 persones o es vol fer un estudi sobre la durada de les bombetes d'una determinada marca i només disposem de la durada de 100 bombetes d'aquesta marca. Aquests són problemes d'estadística inferencial ja que no disposem de les dades de tots els elements que volem estudiar sinó d'una mostra.

### **1.2 Concepte de població, mostra, individu i variable estadística.**

Definició: s'anomena **població** el conjunt sobre el qual es vol portar a terme l'estudi estadístic.

Definició: s'anomena **mostra** qualsevol subconjunt de la població.

Definició: s'anomena **individu** qualsevol element del conjunt població.

Definició: s'anomena **variable estadística** la característica que es vol estudiar d'una població.

Exemple: agafant l'exemple anterior sobre l'estudi de les bombetes, la població la formen totes les bombetes d'aquella marca, cada bombeta és un individu, les 100 bombetes de les quals sabem la seva durada formen una mostra de la població i la variable estadística que estem estudiant és la durada de les bombetes.

Observació: depenent del que vulguem estudiar, un mateix conjunt pot ser una mostra o una població. Per exemple, si en el primer exemple només tenim les notes dels alumnes que han estudiat COU en un centre determinat i volem treure conclusions sobre aquest grup en concret, el grup d'alumnes de COU d'aquest centre és la població; en canvi, si volem treure conclusions sobre els estudiants de COU de Catalunya, el grup d'alumnes de COU d'aquest centre és una mostra i tots els estudiants de COU de Catalunya és la població.

### 1.3 Classificació de les variables estadístiques.

Les variables estadístiques les classificarem segons el tipus de valors que poden prendre. Una primera divisió és:

- Variables estadístiques qualitatives (o nominals).
- Variables estadístiques quantitatives.

Definició: les **variables estadístiques qualitatives** són aquelles que no prenen valors numèrics.

Exemples: el color dels ulls, el sexe, el tipus de distracció preferit.

Definició: les **variables estadístiques quantitatives** són aquelles que prenen valors numèrics.

Dintre d'aquestes últimes encara podem fer una subdivisió:

- Variables estadístiques quantitatives discretes.
- Variables estadístiques quantitatives contínues.

Definició: una variable estadística és **quantitativa discreta** quan entre dos valors qualssevol que pot prendre la variable només hi ha un nombre finit de possibles valors de la variable.

Exemples: el nombre de germans, el nombre de cotxes que passen en un dia per cert punt, el nombre de trucades que es reben cada hora en un ciutat.

Definició: una variable estadística és **quantitativa contínua** quan entre dos valors qualssevol que pot prendre la variable hi pot haver un nombre infinit de possibles valors de la variable. Aquesta definició és equivalent a dir que si agafem dos valors que pot prendre la variable, tant propers com vulguem, sempre és possible trobar un altre valor de la variable que estigui entre els dos valors anteriors.

Exemples: l'alçada de les persones, el pes de les taronges, el temps que es tarda en fer un examen. S'ha d'observar, per exemple en el primer cas, que si agafem les altures de dues persones sempre és possible trobar-ne una altra que tingui una alçada entre les dues anteriors.

Observació: cal remarcar que una variable estadística quantitativa discreta no és només aquella que pot prendre un nombre finit de resultats, sinó que de vegades podrà prendre un nombre infinit de possibles resultats. Per exemple, en el cas del nombre de cotxes que passen per cert punt en un dia, la variable és discreta, però els possibles valors que pot prendre és infinit.

## 1.4 Distribució de freqüències. Representacions gràfiques.

### 1.4.1 Taula de freqüències.

Si observem una variable estadística sobre un conjunt d'individus, obtindrem una sèrie de dades (que poden estar repetides o no). Aquestes dades, si són quantitatives, les podem ordenar. Si són qualitatives l'ordenació és arbitrària. Els valors de les dades ordenades els notarem  $x_1, x_2, \dots, x_k$ , on  $x_1$  és el valor de la dada més petita,  $x_2$  de el valor de la segona i així successivament.

Definició: la **freqüència absoluta** d'un valor és el nombre de vegades que apareix aquest valor a la sèrie. La freqüència absoluta del valor  $x_i$  la notarem amb  $n_i$ .

Definició: la **freqüència relativa** d'un valor  $x_i$  és el quocient entre la freqüència absoluta del valor  $i$  i el nombre total de dades de la sèrie. Notarem amb  $N$  el nombre total de dades i amb  $f_i$  la freqüència relativa del valor  $x_i$ . Així obtenim:  $f_i = \frac{n_i}{N}$ .

Definició: la **freqüència absoluta acumulada** d'un valor  $x_i$  és la suma de totes les freqüències absolutes dels valors de la sèrie des del principi fins el valor  $x_i$ . Notarem amb  $N_i$  la freqüència absoluta acumulada del valor  $x_i$ . Així obtenim:  $N_i = n_1 + n_2 + \dots + n_i$ . També es pot obtenir  $N_i$  fent  $N_i = N_{i-1} + n_i$ .

Definició: la **freqüència relativa acumulada** d'un valor  $x_i$  és la suma de totes les freqüències relatives dels valors de la sèrie des del principi fins el valor  $x_i$ . Notarem amb  $F_i$  la freqüència

relativa acumulada del valor  $x_i$ . Així obtenim:  $F_i = f_1+f_2+\dots+f_i$ . També es pot obtenir  $F_i$  fent

$$F_i=F_{i-1}+f_i \text{ o bé fent } F_i = \frac{N_i}{N}.$$

Propietats de les freqüències:

- La suma de les freqüències absolutes és igual al nombre total de dades de la sèrie.
- La freqüència relativa d'un valor sempre estarà entre 0 i 1.
- La suma de totes les freqüències relatives és igual a 1.
- Si multipliquem la freqüència relativa d'un valor per 100 obtindrem el tant per cent de vegades que es repeteix el valor dins de la sèrie.

Donada una sèrie de dades podem crear una taula de freqüències on apareguin els valors de les dades i tots els tipus de freqüències esmentades.

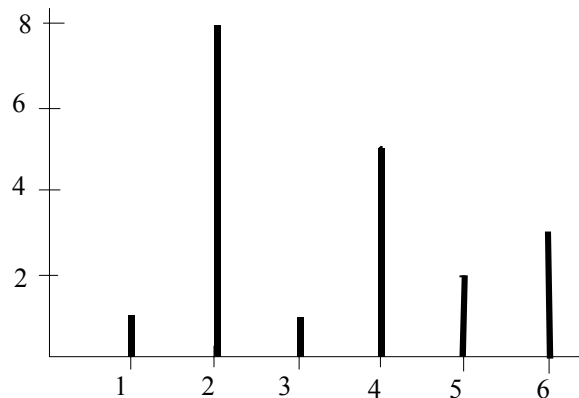
Exemple: s'ha llançat un dau 20 vegades i s'ha obtingut el següent resultat: 2, 3, 6, 6, 2, 4, 4, 4, 2, 5, 2, 4, 2, 4, 2, 5, 1, 6, 2 i 2. Fem la taula de freqüències:

Valor ( $x_i$ )	Freq. abs. ( $n_i$ )	Freq. rel. ( $f_i$ )	Freq. abs. ac. ( $N_i$ )	Freq. rel. ac. ( $F_i$ )
1	1	0.05	1	0.05
2	8	0.4	9	0.45
3	1	0.05	10	0.5
4	5	0.25	15	0.75
5	2	0.1	17	0.85
6	3	0.15	20	1

**1.4.2 Representació gràfica.**

Diagrama de barres: l'usarem quan els valors de la variable estadística estiguin donats de manera individual. Normalment representarem les freqüències absolutes, les freqüències relatives o el tant per cent. Per fer-ho hem de dibuixar dos eixos. A l'eix horitzontal hem de posar els valors de la variable de manera ordenada. A l'eix vertical posarem una escala adient segons el que vulguem representar. El gràfic es construeix aixecant sobre cada valor de la variable un segment vertical de llargada igual a la freqüència que vulguem representar.

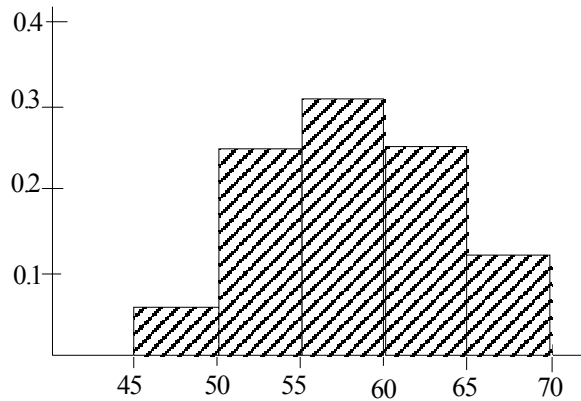
Exemple: fem un diagrama de barres per representar les freqüències absolutes amb les dades de l'exemple anterior:



Histograma: l'usarem quan els valors de la variable estadística estiguin donats en forma d'interval. En aquest cas suposarem que els diferents intervals tenen la mateixa amplada. L'única diferència amb el diagrama de barres és que a l'eix horitzontal hem de posar els valors dels extrems dels intervals de manera ordenada i el gràfic es construeix aixecant sobre cada interval un rectangle vertical d'alçada igual a la freqüència que vulguem representar.

Exemple: fem un histograma per representar les freqüències relatives de les següents dades agrupades en intervals corresponents als pesos (en kg) de 16 alumnes d'una classe de secundària.

Valor ( $x_i$ )	Freq. abs. ( $n_i$ )	Freq. rel. ( $f_i$ )	Freq. abs. ac. ( $N_i$ )	Freq. rel. ac. ( $F_i$ )
45-50	1	0.0625	1	0.0625
50-55	4	0.25	5	0.3125
55-60	5	0.3125	10	0.625
60-65	4	0.25	14	0.875
65-70	2	0.125	16	1



Observació: si els intervals no tenen la mateixa amplada, l'altura de cada rectangle es calcula dividint la freqüència de l'interval que vulguem representar entre la seva amplada.

## **1.5 Agrupació de dades en intervals.**

De vegades, quan el nombre de valors diferents que hi ha en una sèrie de dades estadístiques és gran convé agrupar les dades en intervals. En aquest cas, només estudiarem el cas que els intervals tinguin la mateixa amplada. Per agrupar les dades distingirem dos casos segons que la variable estadística que estem estudiant sigui quantitativa contínua o quantitativa discreta. De vegades, hi haurà variables discretes que les tractarem com a contínues si el nombre de valors que abasta és molt gran.

Quan agrupem les dades en intervals, apareix un nou concepte que és la marca de classe.

Definició: la **marca de classe** d'un interval és el nombre que representa l'interval. Aquest nombre pot ser qualsevol que estigui dins de l'interval, però normalment s'agafa el punt mig de l'interval (que és el que farem a partir d'ara). El punt mig d'un interval el podem obtenir sumant els extrems de l'interval i dividint entre 2. La marca de classe la notarem amb  $x_i$ .

### **1.5.1 Variable quantitativa contínua.**

El primer que cal fer és determinar el nombre d'intervals que volem fer amb les dades de la sèrie estadística. Aleshores, l'amplada dels intervals la podem calcular segons la fórmula següent:

$$\text{Amplada} = \frac{\text{Valor màxim} - \text{Valor mínim}}{\text{Nombre d'intervals}}$$

Els intervals els obtindrem sumant successivament l'amplada a partir del valor mínim. D'aquesta manera, l'extrem inferior d'un interval coincidirà amb l'extrem superior de l'interval anterior.

Observacions:

- A l'hora d'assignar les freqüències absolutes a cada interval, podem tenir dubtes amb les dades que coincideixen amb els extrems dels intervals, ja que no sabem en quin interval posar-les. Per aquest motiu, cal indicar en quin interval inclourem aquestes dades dubtoses. Això ho farem mitjançant els claudàtors [ , ] per indicar que l'extrem és inclòs a l'interval i els parèntesis ( , ) per indicar que l'extrem no és inclòs a l'interval. Cal que tots els extrems superiors estiguin inclosos (i els inferiors exclosos) o que tots els extrems inferiors estiguin inclosos (i els superiors exclosos). El valor més petit i el més gran han d'estar sempre inclosos.
- Si l'amplada no dona un nombre exacte, podem arrodonir-la per excés a una quantitat adient i començar a fer intervals abans del valor mínim i acabar després del valor màxim.

Exemple: les dades següents corresponen als pesos (en kg) de 16 alumnes d'una classe de secundària: 55, 55.5, 70, 60, 54.5, 54, 63, 54, 70, 64, 56, 52, 62.5, 57, 45 i 55. Amb aquestes dades, farem 5 intervals de la mateixa amplada i inclourem els extrems superiors als intervals.

$$\text{Amplada} = \frac{\text{Valor màxim} - \text{Valor mínim}}{\text{Nombre d'intervals}} = \frac{70 - 45}{5} = 5$$

Pesos	Marca de classe (x <sub>i</sub> )	Freq. abs. (n <sub>i</sub> )
[45,50]	47.5	1
(50,55]	52.5	6
(55,60]	57.5	4
(60,65]	62.5	3
(65,70]	67.5	2

**1.5.2 Variable quantitativa discreta.**

L'amplada dels intervals la podem calcular segons la fórmula següent:

$$\text{Amplada} = \frac{\text{Valor màxim} - \text{Valor mínim} + 1}{\text{Nombre d'interval·s}}$$

En aquest cas, l'amplada indicarà el nombre de valors que s'inclouran a cada interval. El primer interval començarà pel valor més petit i acabarà al valor obtingut de sumar el valor mínim amb l'amplada menys 1. El següent interval començarà al valor següent del valor amb que ha acabat l'interval anterior i acabarà al valor obtingut de sumar l'extrem inferior amb l'amplada menys 1. I així successivament.

Observacions:

- En aquest cas, no hi pot haver dubtes en l'assignació de freqüències absolutes ja que l'extrem inferior d'un interval no coincideix amb l'extrem superior de l'interval anterior.
- Si l'amplada no dóna un nombre exacte, podem arrodonir-la per excés a una quantitat adient i començar a fer intervals abans del valor mínim i acabar després del valor màxim.

Exemple: les dades següents corresponen al mes en què van néixer 20 alumnes d'una classe d'universitat: 8, 4, 8, 5, 2, 11, 2, 3, 9, 10, 12, 11, 5, 5, 12, 4, 6, 1, 7 i 2. Amb aquestes dades, farem 4 intervals de la mateixa amplada.

$$\text{Amplada} = \frac{\text{Valor màxim} - \text{Valor mínim} + 1}{\text{Nombre d'interval·s}} = \frac{12 - 1 + 1}{4} = 3$$

Mesos	Marca de classe (x <sub>i</sub> )	Freq. abs. (n <sub>i</sub> )
1-3	2	5
4-6	5	6
7-9	8	4
10-12	11	5

**1.6 Mesures de posició.**

En els següents subapartats estudiarem les mesures de posició. En els tres primers seran mesures de posició central i el quart subapartat es dedicarà a mesures de posició no central. Les mesures de **posició central** tenen per objectiu resumir una sèrie de dades estadístiques en un sol nombre mentre que les mesures de **posició no central** són valors que divideixen la sèrie en parts iguals. Totes les mesures de posició agafen valors que estan entre el valor mínim i el valor màxim. Les mesures de posició central que veurem són: la mitjana, la mediana i la moda.

### 1.6.1 Mitjana aritmètica.

Definició: la **mitjana aritmètica** d'una sèrie estadística és la suma de totes les dades de la sèrie dividida pel nombre total de dades. Simplificant, l'anomenarem mitjana i la notarem  $\bar{x}$  ( $\mu$ ). La fórmula per trobar la mitjana és:

$$\bar{x} = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + \dots + x_k n_k}{N} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i n_i}{N}$$

Observació: si les dades estan donades en intervals hem de treballar amb les marques de classe.

Exemple: agafem les dades de l'exemple de l'apartat 1.4.1 sobre el resultat del llançament d'un dau:

Valor ( $x_i$ )	Freq. abs. ( $n_i$ )
1	1
2	8
3	1
4	5
5	2
6	3

La mitjana serà:

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 8 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 3}{20} = 3.4$$

Observació: un altre concepte relacionat és el de **mitjana ponderada** que es produeix quan a cada valor de la sèrie li donem una importància diferent. Aquesta importància es mesura segons una ponderació de cada valor. La fórmula per trobar la mitjana ponderada és:

$$\bar{x} = \frac{x_1 w_1 + x_2 w_2 + \dots + x_k w_k}{w_1 + w_2 + \dots + w_k} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i w_i}{\sum_{i=1}^k w_i}$$

Exemple: en una assignatura s'ha de presentar un treball que es valora en 1, s'han d'entregar un problema que es valoren en 2 i s'ha de fer un examen que es valora en 3. La nota del treball és 5, la dels problemes és 8 i la de l'examen és 7. Per trobar la nota final hem de fer la mitjana

ponderada segons la importància que s'ha donat a cada part.

Valor ( $x_i$ )	Ponderació ( $w_i$ )
5	1
8	2
7	3

La mitjana ponderada serà:

$$\bar{x} = \frac{5 \cdot 1 + 8 \cdot 2 + 7 \cdot 3}{1 + 2 + 3} = 7$$

### **1.6.2 Mediana.**

Definició: la **mediana** és la dada que ocupa la posició del mig a la sèrie una vegada que s'han ordenat les dades, de més petita a més gran, tenint en compte les repeticions.

Observacions:

- si hi ha un nombre senar de dades, hi haurà una única dada que estigui al mig. Aquesta dada és la que ocupa la posició  $\frac{N+1}{2}$
- si hi ha un nombre parell de dades, n'hi haurà dues que estaran al mig; en aquest cas, la mediana la trobarem fent la mitjana d'aquestes dues dades. Les dues dades ocupen la posició  $\frac{N}{2}$  i  $\frac{N}{2}+1$ .
- a l'apartat 1.6.4 es tractarà la mediana quan les dades estan agrupades en intervals.

Exemple: agafem les dades de l'exemple de l'apartat 1.4.1 sobre el resultat del llançament d'un dau:

Valor ( $x_i$ )	Freq. abs. ( $n_i$ )	Freq. abs. ac. ( $N_i$ )
1	1	1
2	8	9
3	1	10
4	5	15
5	2	17
6	3	20

La mediana serà la mitjana dels valors que estan a les posicions 10 i 11. Aquests valors són el 3 i el 4; per tant, la mediana és  $Me=3.5$ .

### **1.6.3 Moda.**

Definició: la **moda** és el valor de la dada que es repeteix més vegades a la sèrie.

Observacions:

- si les dades estan agrupades en intervals parlarem de l'interval modal que serà l'interval on hi ha més dades.
- si hi ha empat en el nombre de repeticions entre dos o més valors, hi haurà més d'una moda.

Exemple: agafem les dades de l'exemple de l'apartat 1.4.1 sobre el resultat del llançament d'un dau:

Valor ( $x_i$ )	Freq. abs. ( $n_i$ )
1	1
2	8
3	1
4	5
5	2
6	3

La moda és el 2 ja que es repeteix 8 vegades.  $Mo=2$ .

### **1.6.4 Mesures de posició no central.**

Com s'ha comentat abans, les mesures de posició no central són les que divideixen la sèrie de dades en parts iguals. Entre d'ells trobem:

- els **quartils** que són els tres valors que divideixen la sèrie en quatre parts iguals (a cada part hi haurà el 25% de la sèrie).
- els **decils** que són els nou valors que divideixen la sèrie en 10 parts iguals (a cada part hi haurà el 10% de la sèrie).
- els **centils o percentils** que són els 99 valors que divideixen la sèrie en 100 parts iguals (a

cada part hi haurà l'1% de la sèrie).

De fet, tot es pot reduir a centils ja que el primer quartil es correspon amb el centil 25 o el quart decil es correspon amb el centil 40 i així es pot fer amb els altres quartils i decils. La mediana es correspon amb el centil 50. Per això, l'estudi més complet el farem sobre els centils.

Procediment:

- si les dades no estan agrupades en intervals, el centil 1 ( $C_1$ ) és el valor que ocupa la posició  $\frac{N}{100}$ , el centil 2 ( $C_2$ ) és el valor que ocupa la posició  $\frac{2N}{100}$ . En general, el centil  $i$  ( $C_i$ ) és el que ocupa la posició  $\frac{iN}{100}$ .
- si les dades estan agrupades en intervals, el centil  $i$  ( $C_i$ ) el trobarem mitjançant la fórmula:

$$C_i = L_{j-1} + \frac{\frac{iN}{100} - N_{j-1}}{n_j} \cdot a_j$$

on  $L_{j-1}$  és l'extrem inferior de l'interval on és la dada  $\frac{iN}{100}$ ,  $n_j$  és la freqüència absoluta d'aquest interval,  $a_j$  és l'amplada d'aquest interval i  $N_{j-1}$  és la freqüència absoluta acumulada de l'interval anterior.

Exemple: les dades següents corresponen al segon exemple del subapartat 1.4.2. Busquem el  $C_{70}$ .

Valor ( $x_i$ )	Freq. abs. ( $n_i$ )	Freq. abs. ac. ( $N_i$ )
45-50	1	1
50-55	4	5
55-60	5	10
60-65	4	14
65-70	2	16

$$C_{70} = 60 + \frac{11.2 - 10}{4} \cdot 5 = 61.5$$

## 1.7 Mesures de dispersió.

Les **mesures de dispersió** ens indiquen si les dades d'una sèrie estadística són més o menys juntes. Aquestes mesures ens ajuden a especificar millor com és la sèrie de dades ja que completa la informació facilitada per la mitjana o qualsevol altra mesura de posició central. Com més gran sigui el valor d'aquestes mesures més dispersió hi haurà entre les dades. Totes aquestes mesures sempre prenen valors positius.

Exemple: si calculem la nota mitjana de dos alumnes que han fet dos exàmens cadascú, en els que el primer alumne a tret dos 5 i el segon alumne a tret un 0 i un 10, veiem que la nota mitjana és 5 en els dos casos. Però la dispersió de les notes és molt més gran en el segon alumne.

### **1.7.1 Recorregut.**

Definició: el **recorregut** és la diferència entre el valor màxim i el valor mínim d'una sèrie estadística.

### **1.7.2 Desviació mitjana.**

Definició: la **desviació mitjana** és la mitjana dels valors absoluts de les diferències entre els valors de la sèrie i la mitjana. La fórmula per trobar-la és:

$$= \frac{\sum_{i=1}^k |x_i - \bar{x}| \cdot n_i}{N}$$

Observació: si les dades estan agrupades en intervals, agafarem com a  $x_i$  la marca de classe.

### **1.7.3 Variància.**

Definició: la **variància** és la mitjana dels quadrats de les diferències entre els valors de la sèrie i la mitjana. Les fórmules per trobar-la és:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i}{N} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2$$

Observació: si les dades estan agrupades en intervals, agafarem com a  $x_i$  la marca de classe.

### 1.7.4 Desviació típica o estàndard.

Definició: la **desviació típica o estàndard** és l'arrel quadrada de la variància. La notarem amb  $\sigma$ .

### 1.7.5 Coeficient de variació.

Definició: el **coeficient de variació** és el quocient entre la desviació típica i la mitjana. La fórmula per trobar-lo és:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

Exemple: calculem totes les mesures de dispersió de les dades següents corresponents al segon exemple del subapartat 1.4.2.

Pesos	Marca de classe ( $x_i$ )	Freq. abs. ( $n_i$ )
45-50	47.5	1
50-55	52.5	4
55-60	57.5	5
60-65	62.5	4
65-70	67.5	2

Recorregut = 70 - 45 = 25

$$\bar{x} = \frac{47.5 \cdot 1 + 52.5 \cdot 4 + 57.5 \cdot 5 + 62.5 \cdot 4 + 67.5 \cdot 2}{16} = \frac{930}{16} = 58.125$$

$$= \frac{|47.5 - 58.125| \cdot 1 + |52.5 - 58.125| \cdot 4 + \dots + |67.5 - 58.125| \cdot 2}{16} = \frac{72.5}{16} = 4.53$$

$$\sigma^2 = \frac{(47.5 - 58.125)^2 \cdot 1 + (52.5 - 58.125)^2 \cdot 4 + \dots + (67.5 - 58.125)^2 \cdot 2}{16} =$$

$$= \frac{493.75}{16} = 30.86$$

$$\sigma = 5.555$$

$$V = \frac{5.555}{58.125} = 0.09557$$